

Гораздо труднее увидеть проблему, чем найти ее решение. Для первого требуется воображение, а для второго только умение.

*Джон Десмонд Бернал,
английский физик и социолог науки*

Системы поддержки принятия решений

4. Человеко-машинные процедуры



Общие сведения

ЧМП позволяют исследовать области допустимых значений (D) в целях поиска в них наилучшего решения. Поиск решения осуществляется в диалоге ЛПР и СППР.

В качестве исходных данных для ЧМП выступают варианты решений и критерии, по которым будут оцениваться эти решения. ЧМП включают две фазы: фазу анализа, которую проводит ЛПР, и фазу расчётов, которые выполняются на компьютере.

1. Фаза расчётов. СППР:

- проводит расчёты, основанные на предварительной информации или информации, полученной от ЛПР на предыдущем шаге;
- вычисляет решение (решения).
- вырабатывает вспомогательную информацию для ЛПР.

2. Фаза анализа. ЛПР:

- оценивает предъявленное решение (решения), определяет, является ли оно (одно из них) приемлемым. Если да, то ЧМП окончена; иначе ЛПР анализирует вспомогательную информацию;
- сообщает СППР дополнительную информацию, с помощью которой СППР вычисляет новое решение (решения).

Классификация ЧМП

Проводится на основе характера информации, которую ЧМП получает от ЛПР:

1. **Прямые ЧМП:** ЛПР непосредственно назначает веса критериев и корректирует их в процессе поиска решения.
2. **ЧМП оценки векторов,** в которых задача ЛПР заключается в сравнении многокритериальных решений.
3. **ЧМП поиска удовлетворительных решений:** ЛПР накладывает ограничения на значения критериев и, следовательно, на область допустимых значений.

В ЧМП обычно есть две предварительных процедуры:

Нормирование значений критериев:

$$C'_k(x) = \frac{C_k(x) - \underline{C}_k(x)}{\overline{C}_k(x) - \underline{C}_k(x)} \quad (1)$$

$\underline{C}_k(x)$, $\overline{C}_k(x)$ – минимальное и максимальное возможные значения k -го критерия; $C_k(x)$ – нормируемое значение критерия.

Вычисление наилучших значений для каждого критерия в предположении, что он является единственным. Вектор таких значений помогает ЛПР оценить пределы возможного.



Прямые ЧМП: метод SIGMOP

Метод SIGMOP (последовательный генератор информации для многоцелевых задач) основан на задании ЛПР целевых и минимально удовлетворяющих уровней критериев. Метод позволяет исследовать пространство допустимых значений. ЛПР ищет решение путём назначения весов и уровней допустимых значений по всем критериям одновременно.

Алгоритм процедуры SIGMOP:

- 1) ЛПР задаёт веса критериев w_i и уровни допустимых значений критериев li ($i=1, \dots, N$).
- 2) Система определяет значение глобального критерия $C_{гл}$ и всех критериев C_i . Значения C_i , не удовлетворяющие начальным условиям li , предъявляются ЛПР.
- 3) ЛПР в произвольной последовательности меняет веса и ограничения и всё повторяется.

Значения отдельных критериев нормируются так, чтобы они лежали в пределах от 0 до 1. На первом итерационном шаге решаются частные оптимизационные задачи для всех m критериев для улучшения ориентации ЛПР в критериальном множестве. ЛПР оценивает полученные значения критериев. Если достигнутые по каким-либо критериям значения принимаются за неудовлетворительные, то происходит корректировка целевых минимально допустимых уровней соответствующих критериев.

Действия ЛПР сводятся преимущественно к двум операциям: операции выделения критериев, оценки по которым должны быть улучшены (допустимая операция), и операции задания весов критериев (сложная операция).

Недостаток метода SIGMOP: требование непрерывности изменения решающих переменных.



Процедуры оценки векторов

Применение этих процедур основано на предположении, что ЛПР может непосредственно сравнивать решения, предъявляемые ему в виде векторов в критериальном пространстве, и систематически искать лучший вектор. Эти процедуры ещё называют *методами векторной оптимизации*.

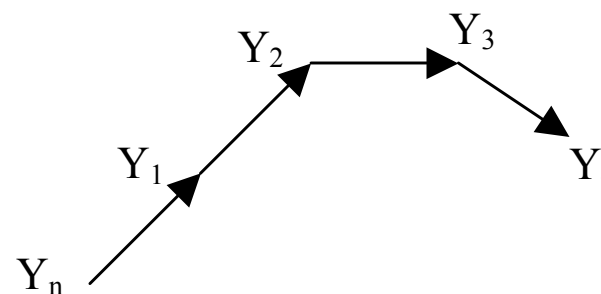
Методы векторной оптимизации должны удовлетворять двум требованиям: конвергенции и универсальности. Требование конвергенции сводится к тому, что интерактивный процесс должен через конечное число шагов приводить либо к получению удовлетворительного решения, либо к заключению, что данное решение не существует. Требование универсальности выражает необходимость существования последовательности действий ЛПР для получения любого из возможных решений конкретной оптимизационной задачи.

Метод Дайера-Джиоффриона

1. Выбирается некоторая начальная точка Y_n – решение, которое требует улучшения. ЛПР должен определить градиент глобальной целевой функции в этой точке. Один из критериев C_j считается опорным.
2. Берётся небольшое улучшение значения этого критерия и перед ЛПР ставятся вопросы: какое изменение по иному критерию эквивалентно заданному изменению опорного критерия? Ответы ЛПР определяют вектор, вдоль которого изменение глобального критерия будет наиболее эффективным. Вдоль этого направления делается шаг определённой длины и получаются новые значения по всем критериям.
3. Совокупность этих значений (вектор Y_1) предъявляются ЛПР вместе с Y_n . Перед ЛПР ставится вопрос: какое из решений лучше? Если Y_1 лучше, то делается ещё один шаг вдоль этого направления. Полученные решения Y_1 и Y_2 вновь предъявляются ЛПР и т.д. Если на определённом шаге решение Y_i окажется хуже, чем Y_{i-1} , то в точке Y_i определяется новый градиент (см. рисунок).
4. Процедура заканчивается, когда ЛПР признаёт очередное решение удовлетворительным.

Недостатки:

- невозможность использования метода для решения смешанных и целочисленных задач векторной оптимизации;
- использование сложных для ЛПР операций.





Метод Зайонца-Валлениуса

Алгоритм метода:

1. Изначально все веса критериев принимаются равными: $w_i = w_j, \forall i, j$.
 2. Для этих значений w_i вычисляется глобальный критерий C_{gl} , который обычно является одной из вершин многоугольника, ограничивающего область допустимых значений. Эта точка берётся в качестве опорной.
 3. В смежных с опорной точкой вершинах подсчитываются веса критериев, при которых каждая из смежных вершин могла бы быть решением однокритериальной оптимизационной задачи. Также в этих точках подсчитываются вектора оценок по критериям.
 4. ЛПР попарно предъявляются вектора значений критериев в опорной точке и в смежных. ЛПР отвечает на вопрос: какой из этих векторов в паре лучше? По ответам ЛПР формируются ограничения на значения весовых коэффициентов.
 5. Определяется центр тяжести фигуры, ограниченной этими точками в области допустимых значений, вновь вычисляется C_{gl} и т.д.
- Если функция полезности ЛПР является вогнутой, то этот метод сходится к оптимуму.

Общие замечания по методам векторной ОПТИМИЗАЦИИ

ЛПР передается, как правило, не вектор параметров X , а вектор значений критериев $fk(x)$, $k = 1, 2, \dots, m$. Кроме данной информации, ЛПР может передаваться матрица частных оптимумов, для составления которой необходимо решить m задач однокритериальной оптимизации:

$$fk(x) \rightarrow \text{opt} (Rk^*), \quad x \in X \quad (2)$$

где Rk^* – бинарное отношение, определенное таким образом, что $fk(x) Rk^* fk(y)$ только в случае, если вариант X предпочтительнее варианта Y согласно k -му критерию. Таким образом, матрица частных оптимумов Z является квадратной матрицей, содержащей элементы Zkj , где $k, j = 1, 2, \dots, m$. Строками данной матрицы являются векторы $Z(Xk)$ значений заданных критериев, соответствующих решениям оптимизационных задач (2).

Матрица частных оптимумов помогает ЛПР получить представление о возможных границах изменения отдельных критериев, причем элементы матрицы, лежащие на главной диагонали Zk^* , $k = 1, 2, \dots, m$ представляют собой наилучшие значения по отдельным критериям, то есть:

$$Zk^* = Zkk = fk(Xk^*), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

Вектор $Z^* = (Z^*_1, Z^*_2, \dots, Z^*_m)$ называется *идеальным вектором*.

Предварительное решение задачи векторной оптимизации, предъявляемое ЛПР для анализа, как правило, является компромиссным по отношению к частным оптимизационным задачам (2).

Методы расчета компромиссных решений основываются на двух главных принципах:

- а) оптимизация на основе системы весовых коэффициентов критериев;
- б) минимизация удаления от идеального решения.

Процедуры поиска удовлетворительных решений: метод STEM

Метод **STEM** основан на таблице $\|C\|$, где C_{ij} – значение i -го критерия при оптимизации по j -му. Информация из таблицы характеризует область допустимых значений. Если значения критериев 2-х столбцов близки для всех строк (кроме единичных элементов), то это зависимые критерии. Если высокая оценка по одному столбцу дает низкую оценку по другому столбцу, то это противоречивые критерии. Метод включает две фазы:

Фаза расчетов.

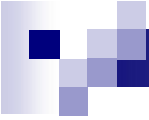
1) Формируется таблица C_{ij} – значение i -го критерия при оптимизации по j -му. По таблице вычисляются индексы критериев, исходя из следующих условий:

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_j} = \frac{1 - \alpha_i}{1 - \alpha_j}, \quad (3)$$

$$\sum \lambda_i = 1, \quad (4)$$

где α_i – среднее значение по всем элементам i -го столбца (кроме 1). λ_i – коэффициент внимания, которое следует уделить критерию при поиске решения. Например, если $\alpha_i \sim 1$, то $(1 - \alpha_i) \sim 0$ и соответственно λ_i мал. При оптимизации по всем критериям i -й критерий даёт хорошие оценки, значит, на него можно не обращать внимание.

2) Производится оптимизация по глобальному критерию: $C_{2n} = \sum_{i=1}^N \lambda_i C_i$ (5)



Метод STEM (продолжение)

Фаза анализа.

1) ЛПР анализирует вектор значений критериев y_i , найденный при оптимизации по критерию (5). Если все C_i имеют удовлетворительные значения, то процедура завершается. Если нет, указывается критерий с наименее удовлетворительным значением.

ЛПР называет для этого критерия пороговое значение l_i , которое является удовлетворительным:

$$C_i \geq l_i \quad (6)$$

2) Условие (6) добавляется к совокупности линейных равенств и неравенств, определяющих область D допустимых значений.

Среди методов, основанных на информации об уровнях критериев, STEM является наиболее простым с точки зрения операций, выполняемых ЛПР. Фактически ЛПР должен только указать, значения каких критериев он принимает за удовлетворительные. Данная операция может быть отнесена к разряду допустимых для ЛПР операций.



Методы комплексной оценки вариантов

Пусть дано множество известных вариантов и задан набор критериев, по которым можно произвести оценку данных вариантов.

Решением задачи является либо нахождение варианта, удовлетворяющего ЛПР по заданным критериям, либо упорядочение рассматриваемого множества вариантов от наиболее «выгодного» к наименее удовлетворительному.

Конкретный подход к решению задачи комплексной оценки вариантов определяется преимущественно тремя факторами: объемом множества вариантов, доступностью информации об относительной важности критериев и характером частных оценок по заданным критериям.

Условия применения методов комплексной оценки:

1) Количество альтернатив невелико (≤ 10).

2) Оценки по отдельным критериям – количественные.

Для отдельных методов также необходимо, чтобы ЛПР ранжировал критерии или даже назначал им веса.

Методы без ранжирования критериев

1) **Метод попарного сравнения.** Описание. Достоинства, недостатки.

2) **Метод МАКСИМИН.**

Правило выбора определяется следующим соотношением:

$$\min_k Z_{ik} = \max_j \min_k Z_{jk}$$

где $Z = \parallel Z_{jk} \parallel$ – матрица частных оценок по отдельным критериям.
 Z_{jk} – количественная оценка j-того варианта по k-тому критерию.

3) **Метод МАКСИМАКС** (крайний оптимизм):

$$\max Z_{ik} = \max_j \max_k Z_{jk}$$

4) **Метод Харвица** (комбинация методов 2-3).

По этому методу выбирается вариант, который максимизирует

следующее выражение: $\alpha \cdot \min_k Z_{ik} + (1 - \alpha) \max_k Z_{ik}$,


где α – коэффициент, который назначается ЛПР.

Методы (2-4) требуют, чтобы оценки носили количественный характер.

При использовании этих методов необходимо преобразовывать единицы, в которых измерены отдельные критерии для сравнения частных оценок. Для этого

используется следующая формула:

$$r_{ik} = \frac{Z_{ik}}{Z_k^*}, \quad Z_k^* = \max Z_{ik}$$



Методы иерархического упорядочивания вариантов

1) Метод лексикографического упорядочивания.

При лексикографическом подходе требуется ранжирование показателей по важности, а значения показателей располагаются на шкале порядка. После того как важнейший показатель выбран, может быть определена альтернатива, имеющая наивысшее значение по этому показателю. Если такая альтернатива одна, то ее выбирают и процедура заканчивается. Если по определенному показателю имеется несколько альтернатив с одним и тем же наивысшим значением, то они сравниваются по второму по важности показателю. Процесс продолжается таким образом до тех пор, пока не будет выявлена единственная альтернатива, или пока не будут проверены все показатели.

2) Метод лексикографического полуупорядочивания.

Основным отличием данного метода является включение в множество вариантов, субоптимальных по данному k -му критерию, то есть вариантов, для которых значение выбранного критерия несущественно отличается от максимального. Данный метод требует обязательной количественной оценки критериев.

3) Метод перестановок.